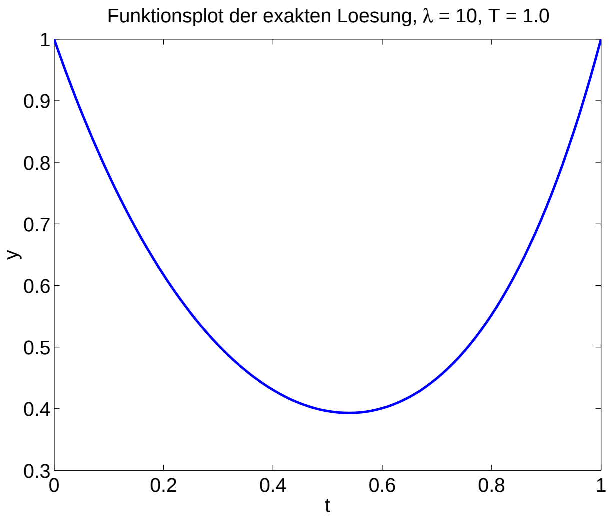
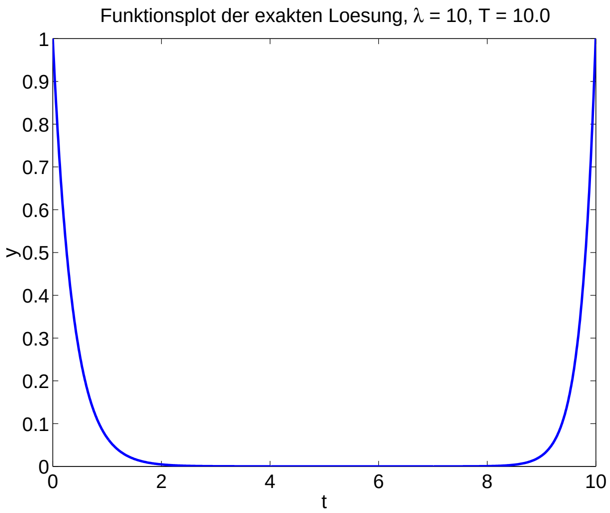
Alogrithmus [einfaches Schießverfahren] % input: Startwerte y_0, $s_0^{(0)}$ $n := 0$

1. bestimme (numerisch) $y(t, t_0, y_0, s_0^{(n)})$ durch Lösen des Anfangswertproblems
$$y'' = f(t, y, y'), \qquad y(t_0) = y_0, \quad y'(t_0) = s_0^{(n)}$$
2. bestimme (numerisch) $v = \partial_{s_0} y(T, t_0, y_0, s_0^{(n)})$ durch Lösen des Anfangswertproblems
$$\begin{aligned} v''(t) &= f_y(t, y(t, t_0, y_0, s_0), y'(t, t_0, y_0, s_0))v(t) + f_{y'}(t, y(t, t_0, y_0, s_0))v'(t), \\ & \quad v(t_0) = 0, \quad v'(t_0) = 1. \end{aligned}$$
3. Führe einen Newtonschritt zur Lösung von $y(T, y_0, s_0^{(n)}) - y_T = 0$ durch:
   (a) $s_0^{(n+1)} := s_0^{(n)} - \left(\partial_{s_0} y(T, t_0, y_0, s_0^{(n)})\right)^{-1} (y(T, t_0, y_0, s_0^{(n)}) - y_T)$
   (b) $n := n + 1$
4. Prüfe Abbruchbedingungen des Newtonverfahrens (im allereinfachsten Fall, ob $|y(T, t_0, y_0, s_0^{(n)}) - y_T|$ hinreichend klein ist). Falls nicht, gehe zu 1.

Wir betrachten das Randwertproblem
$$y'' = 10y + y', \qquad y(0) = 1, \qquad y(T) = 1,$$





$T = 1$, $N = 10$

	$n=0$	$n=1$
s	0	-2.55380125997138
$y(T)$	17.12	1.00000000000000

$T = 10$, $N = 10$

	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
s	0	-2.70156211871641	-2.70156211871641	-2.70156211871641
$y(T)$	1.175E+14	0.96227296123717	0.99517634508102	0.99517634508102

$T = 10$, $N = 1000$

	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
s	0	-2.70156211871643	-2.70156211871642	-2.70156211871642
$y(T)$	5.02E+15	-8.75233605134638	1.24168654259288	1.24168654259288